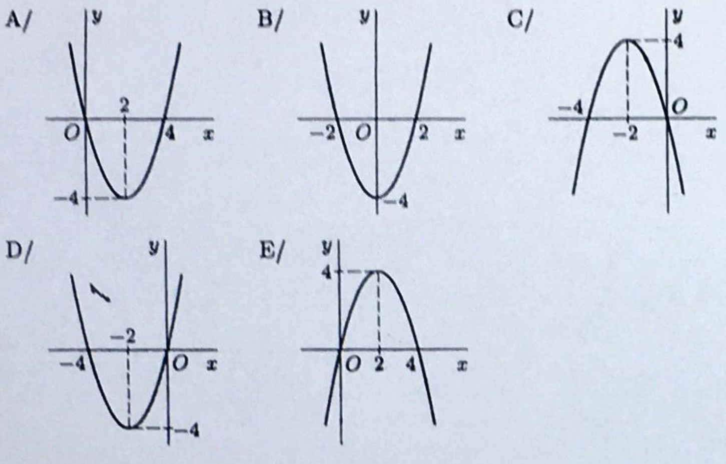
Úloha 136 — 4.3

Oborem hodnot funkce $y = (1 - x)(1 + x) + 2x$ je interval:

A/ $(-\infty, 0\rangle$ B/ $(-\infty, 2\rangle$ C/ $\langle 0, \infty)$ D/ $\langle -1, \infty)$ E/ $\langle -2; \infty)$

Úloha 137 — 4.3

Graf funkce $f: y = x(4 - x)$ je na obrázku:



Úloha 138 — 4.3

Kvadratická funkce f, jejímž grafem je parabola s vrcholem $V[0, 5]$ a pro niž platí $f(-2) = -3$, je dána předpisem:

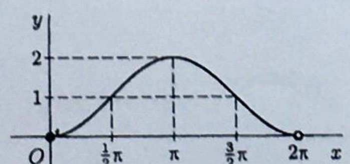
A/ $f: y = x^2 + 5$ B/ $f: y = -x^2 + 5$ C/ $f: y = -2x^2 + 5$

D/ $f: y = 2x^2 + 5$ E/ $f: y = -3x^2 + 5$

Úloha 139 — 4.4

Na obrázku je pro $x \in \langle 0, 2\pi)$ graf funkce:

A/ $y = \cos x + 1$
B/ $y = \sin x + 1$
C/ $y = -\cos x + 1$
D/ $y = -\cos x + 2$
E/ $y = -\sin x + 2$



Řešení: 136B, 137E, 138C, 139C

Úloha 140 — 4.3

Vrchol paraboly, která je grafem funkce $f: y = 2x^2 - 4x + 7$, leží na kružnici se středem v počátku soustavy souřadnic a poloměrem:

A/ $r = 2\pi$ B/ $r = \sqrt{26}$ C/ $r = 5$ D/ $r = 4\sqrt{2}$ E/ $r = 6{,}1$

Otevřené úlohy

Úloha 141 — 4.2

Graf lineární funkce f prochází body $K[3, 2]$, $L[-1, 4]$.

a) Sestavte předpis pro funkci f. $y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
b) Zjistěte, zda bod $M\left[6, \frac{1}{2}\right]$ leží na grafu funkce f. ano
c) Určete průsečíky grafu funkce f s osami souřadnic. $[0; \frac{7}{2}]$; $[7; 0]$
d) Určete, pro které hodnoty nezávisle proměnné jsou hodnoty funkce f větší než 2. $x < 3$

Úloha 142 — 4.2

Určete reálná čísla a, b tak, aby přímka p daná rovnicí

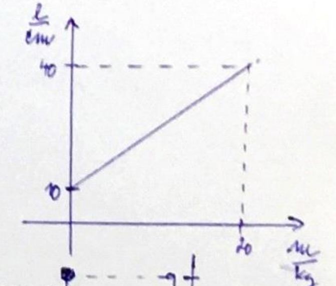
$$\frac{2-a}{5} \cdot x + 11y + \frac{3-b}{2} = 0$$

byla grafem funkce $f: y = \frac{3}{4}(x + 2)$. $a = \frac{173}{4}$ $b = 36$

Úloha 143 — 4.2

Závislost délky pružiny na hmotnosti závaží, které na ni zavěsíme, je pro závaží o hmotnosti 0 kg až 20 kg dána lineární funkcí. Při zatížení závažím o hmotnosti 2 kg má pružina délku 13 cm, při zatížení závažím o hmotnosti 10 kg má délku 25 cm.

a) Sestavte funkční předpis vyjadřující závislost délky pružiny na hmotnosti zavěšeného závaží. $l = \frac{3}{2}m + 10 \wedge m \in \langle 0; 20\rangle$
b) Určete délku nezatížené pružiny. 10 cm
c) Sestrojte graf závislosti délky pružiny na hmotnosti zavěšeného závaží.



Úloha 144 — 4.2

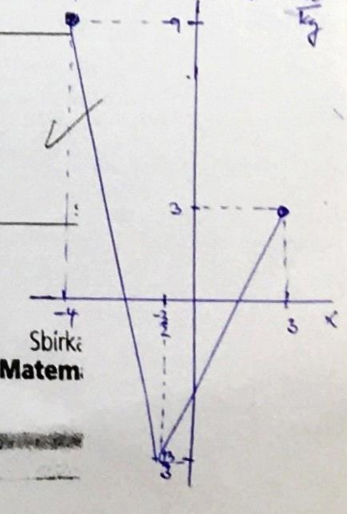
Je dána funkce $f: y = |3x + 2| - x - 5$, $x \in \langle -4, 3\rangle$.

a) Sestrojte její graf.
b) Určete obor hodnot funkce f.
c) Vypočtěte souřadnice průsečíků grafu funkce f s osami souřadnic.

$H = \langle -\frac{13}{3}; 9)$

x: $P_1[-\frac{7}{4}; 0]$ $P_2[\frac{3}{2}; 0]$

y: $[0; -3]$



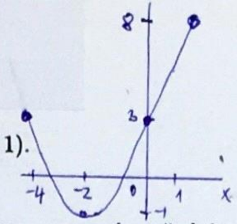
Řešení: 140B

ŘEŠENÍ

[-3;0]
[-1;0] [0;3]

Úloha 145

4.3



Je dána funkce $g\colon y = 4x + 3 + x^2,\ x \in \langle -4, 1)$.

a) Sestrojte její graf. $\langle -1; 8)$
b) Určete obor hodnot H_g funkce g.
c) Vypočtěte souřadnice průsečíků grafu funkce g s osami souřadnic.
d) Určete, pro která reálná čísla x platí $g(x) \geqq 3$. $x \in \{-4\} \cup \langle 0; 1)$

str. 73

Úloha 146

4.3

V teorii tenisové hry bylo zjištěno, že počet procent y úspěšných úderů závisí na relativní četnosti x počtu lobů (přehozů přes hlavu) vzhledem k počtu všech úderů. Tato závislost je popsána funkcí

$x = 0{,}4$

$$y = 30 + 40x - 50x^2, \quad x \in \langle 0, 1\rangle.$$

38 → 38%

Určete, při jaké relativní četnosti lobů dosahuje tenista maximálního procenta úspěšných úderů. Maximální procento úspěšných úderů vypočtěte.

str. 73

Úloha 147

4.3

Ze čtvercového papíru o délce strany a metrů vystřihujeme ve vrcholech menší čtverce se stranou délky x metrů a ze zbylého papíru skládáme přehnutím krabice tvaru kvádru bez víka.

a) Napište předpis funkce, která vyjadřuje závislost objemu krabice na proměnné x. $V = (a-2x)^2 \cdot x \quad x \in (0; \frac{a}{2})$
b) Jak se změní objem krabice vyrobené popsaným způsobem ze čtvercového papíru se stranou délky 1 m, jestliže výšku krabice zmenšíme z 0,3 m na 0,2 m? zvětší o $0{,}024\ m^3$

str. 73

V

Úloha 148

4.3

Farmář hodlá část pozemku, který z jedné strany přiléhá k dlouhé zdi, ohradit plotem tak, aby ohrazená část měla tvar pravoúhelníku. Má k dispozici 80 metrů pletiva. Určete rozměry ohrazeného pozemku tak, aby měl maximální možnou výměru. 20 m; 40 m

str. 74

Úloha 149

4.4

Reálná čísla a, b jsou taková, že graf funkce $f\colon y = a \cdot \sin x + b$ prochází body $A[\frac{1}{3}\pi, \sqrt{3} - 1]$ a $B[\pi, -1]$.

a) Dokažte, že $a = 2$, $b = -1$.
b) Najděte všechny průsečíky grafu funkce f s osou x, jejichž x-ové souřadnice splňují podmínku $0 \leqq x \leqq 2\pi$. $[\frac{\pi}{6}; 0]$ $[\frac{5\pi}{6}; 0]$

str. 74

Úloha 150

4.3

Pravidelný čtyřboký hranol má délku podstavné hrany x metrů, jeho boční hrana je o 2 m delší. Délky všech hran se zvětší o 0,5 m. Ukažte, že přírůstek číselné hodnoty:

a) objemu hranolu vyjádřeného v m^3 je kvadratickou funkcí proměnné x
b) povrchu hranolu vyjádřeného v m^2 je lineární funkcí proměnné x

$\Delta V = 1{,}5x^2 + 2{,}75x + 0{,}625$
$\Delta S = 6x + 5{,}5$

Úloha 151

4.3

a) Napište předpis pro kvadratickou funkci f, jejíž graf protíná osy souřadnic v bodech $[0, -5]$, $[-1, 0]$, $[5, 0]$. $y = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 9$
b) Napište předpis pro kvadratickou funkci g, jejíž graf je souměrný s grafem funkce f z bodu a) podle:
α) osy x β) osy y γ) počátku soustavy souřadnic

$-(x-2)^2 + 9$ $(x+2)^2 - 9$ $-(x+2)^2 + 9$

Úloha 152

4.3

Do funkčního předpisu

$$y = x^2 * 4x * 5$$

dosaďte na místa hvězdiček všemi možnými způsoby znaménka + a −. Pro každý získaný předpis určete vrchol a průsečíky s osami souřadnic paraboly, která je grafem příslušné funkce; parabolu sestrojte.

++ a) $V_1[-2;1]$ $P[0;5]$
+− b) $V_2[-2;-9]$ $P_1[-5;0]$ $P_2[1;0]$ $P_3[0;-5]$
−+ c) $V_3[2;1]$ $P[0;5]$
−− d) $[2;-9]$ $P_1[-1;0]$ $P_2[5;0]$ $P_3[0;-5]$

Úloha 153

4.4

Řešte soustavu rovnic:

$$|x| = 3$$
$$|y| - 2 = \sin\left(\tfrac{1}{2}\pi x^2 - 3\pi\right)$$

$[-3;-1]$
$[-3;1]$
$[3;-1]$
$[3;1]$