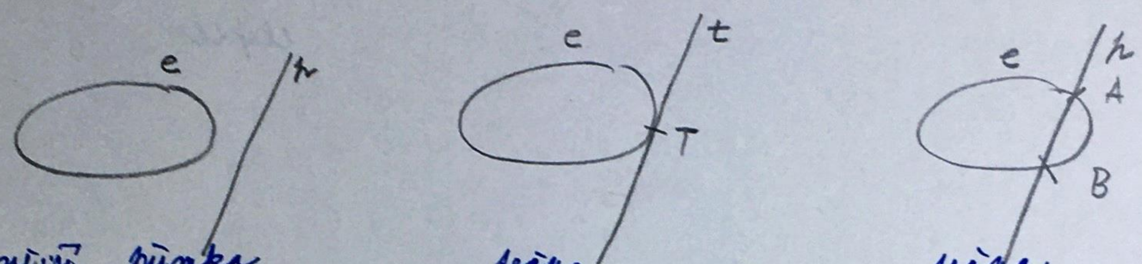
5.4. Elipsa a přímka

podobné jako u kružnice:



vnější přímka
$e \cap p = \emptyset$

tečna
$e \cap t = \{T\}$
bod dotyku

sečna
$e \cap p = \{A; B\}$
$|AB| =$ tětiva

---

tečna v bodě elipsy $T[x_0; y_0] \in e$

stejný postup jako u kružnice:

rovnice elipsy: $\dfrac{(x-m)^2}{a^2} + \dfrac{(y-n)^2}{b^2} = 1$

tečna procházející bodem $T[x_0; y_0]$ který patří elipse:

$$t: \frac{(x_0-m)(x-m)}{a^2} + \frac{(y_0-n)(y-n)}{b^2} = 1$$

př: $e: \dfrac{(x-3)^2}{25} + \dfrac{4(y+4)^2}{25} = 1$ bod $H[\overset{x_0}{6}; \overset{y_0}{-2}]$ ($H \in$ elipse)

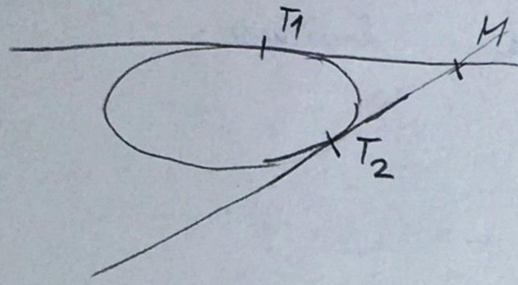
$$t: \frac{(x_0-3)(x-3)}{25} + \frac{4(y_0+4)(y+4)}{25} = 1$$

$$H: \frac{(6-3)(x-3)}{25} + \frac{4(-2+4)(y+4)}{25} = 1$$

$\vdots$

$$t: \quad 3x + 8y = 2$$

tečny z bodu k elipse



bod M nepatří elipse

opět stejný postup jako u kružnice

př: $e: 4x^2 + 9y^2 = 36 \; (*)$ $\quad M[\overset{x}{-6};\overset{y}{-2}] \notin e$

hledáme bod(y) dotyku: $T[x_0;y_0]$

(1) $T \in$ elipsy: $\quad (*): \; 4x_0^2 + 9y_0^2 = 36$

(2) bod M leží na tečně:

rovnice tečny: $4x_0x + 9y_0y = 36$

$M: \quad (2) \; 4x_0\cdot(-6) + 9y_0(-2) = 36$

$\vdots$

$$-4x_0 - 3y_0 = 6$$

$$x_0 = \frac{-3y_0 - 6}{4}$$

$$(1) \quad 4\left(\frac{-3y_0-6}{4}\right)^2 + 9y_0^2 = 36$$

$$\cancel{4}\cdot\frac{9y_0^2 + 36y_0 + 36}{\cancel{16}\,4} + 9y_0^2 = 36 \;/\cdot 4$$

$$9y_0^2 + 36y_0 + 36 + 36y_0^2 = 144$$

$\vdots$

$y_0 = \begin{cases} \frac{6}{5} \; \dots & x_0 = -\frac{12}{5} \quad T_1[-\frac{12}{5}; \frac{6}{5}] \\ -2 & x_0 = 0 \quad T_2[0;-2] \end{cases}$

$\vdots$

nyní tečna v bodě: $t: \; 4x_0x + 9y_0y = 36$

$T_1: \quad t_1: \; 4\left(-\frac{12}{5}\right)x + 9\cdot\frac{6}{5}y = 36 \longrightarrow -8x + 9y = 30$

$T_2: \quad t_2: \; 4(0)\cdot x + 9\cdot(-2)\cdot y = 36 \longrightarrow y = -2$